

(North :)

Aan ax 6 is veel moeijker te voldoen. (North beperkt zich tot het = teken; McVittie volgt hem daarin.) Omdat "tijd" een rol speelt in dit probleem is er een interpretatiemoeilijkheid. We zullen voor alle, behalve het "proper distance" begrip ax 6 als volgt interpreteren (McVittie maakt geen uitzondering voor d_{prop}): We veronderstellen dat drie objecten A₁, A₂ en A₃ op dezelfde lichtweg liggen. Object A₁ zendt een lichtsignaal uit op tijdstip t₁ dat A₂ op t₂ passeert en A₃ op t₃ bereikt. De coördinaatscheiding tussen A₁ en A₂ is r^a en die tussen A₂ en A₃ r^b en deze zijn constant. De drie afstanden die in ax 6 voorkomen worden bijvoorbbeeld in het geval van de lichthelderheidsafstand d_L gegeven door:

$$\begin{aligned} d_L(A_1, A_2) &= \frac{R^2(t_2)}{R(t_1)} r^a \\ d_L(A_2, A_3) &= \frac{R^2(t_3)}{R(t_2)} r^b \quad (1) \\ d_L(A_1, A_3) &= \frac{R^2(t_3)}{R(t_1)} (r^a + r^b) \quad (5) \end{aligned}$$

Men ziet gemakkelijk in dat een noodzakelijke voorwaarde voor

$$d_L(A_1, A_3) + d_L(A_2, A_3) = d_L(A_1, A_2) \quad (2)$$

is, dat R(t₁) = R(t₂) = R(t₃), dat wil zeggen dat R(t) in het algemeen constant moet zijn. Deze veronderstelling is voor de moderne kosmologie volkomen onverteerbaar en daarom mogen we niet veronderstellen dat het begrip "lichthelderheidsafstand" - tenminste binnen de zeer algemene beperkingen van het R.W.-model - een acceptabel vervanging is voor het alledaagse afstandsbegrip.

Net zulke redeneringen kan men ten beste geven voor d_A, d_M, d_V en d_P.

(North:)

Laten we het begrip "proper distance" onder de loep nemen. Dit begrip is niet meer dan een theoretische constructie. In de uitdrukking voor d_{prop}, namelijk

$$d_{\text{prop}} = R(t) \int_0^F \frac{d\alpha}{(1 - k\alpha^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (3)$$

is het tijdstip waarvoor R(t) berekend moet worden het tijdstip waarop de proper distance nodig is. Het heeft niets met een tijdstip van ontvangst of van uitzending van een lichtsignaal te maken. Geïntegreerde proper distance is "instantane afstand" en in dit opzicht correspondeert het in ieder geval met onze gangbare begrippen.

We moeten ons nu afvragen of we mogen stellen

$$R(t).I(o, F^{pq}) + R(t).I(o, F^{qr}) \geq R(t).I(o, F^{pr}) \quad (4)$$

waarin

$$I(o, F) = \int_0^F \frac{d\alpha}{(1 - k\alpha^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (5)$$

Ongelijkheid (4) geldt alleen als

$$f(F^{pq}) + f(F^{qr}) \geq f(F^{pr}) \quad (6)$$

waarin

$$f(F) = \begin{cases} \sin F & \leftarrow k = 1 \\ F & \leftarrow k = 0 \\ \tanh F & \leftarrow k = -1 \end{cases}$$

Het is heel eenvoudig om tegen voorbeelden voor (6) te vinden, behalve als k = 0 en daarom concluderen we dat aan axioma 6 niet voldaan is door de geïntegreerde proper distance, behalve misschien in het simpele Euclidische geval (k = 0), ten minste in deze interpretatie.