

1)  $d_{prop}$

Allereerst : hoe meet je  $d_{prop}$  ? Hierover bestaat in de literatuur verwarring. Volgens Rindler<sup>32)</sup> zou  $d_{prop}$  tussen P en Q gemeten worden, wanneer door een keten van fundamentele waarnemers op de ruimteachtige geodeet tussen P en Q op één en hetzelfde kosmische tijdstip t meetstokken kop aan staart worden gelegd. Weinberg<sup>23)</sup> zegt : stel je voor dat zich een keten van fundamentele melkwegstelsels dicht bij elkaar op de gezichtsas bevindt tussen ons en een ver verwijderd melkwegstelsel op  $(r, \vartheta, \phi)$ . Veronderstel dat op hetzelfde kosmische tijdstip t de waarnemers in elk melkwegstelsel de afstand meten naar het volgende stelsel, zeg door de reistijd van lichtsignalen te meten. Wanneer al deze sub-afstanden opgeteld worden vindt men de proper distance. Volgens Robertson & Noonan<sup>29)</sup> is  $d_{prop}$  " de metrische afstand in een ruimte t = const. " "Zo'n maat is natuurlijk onmogelijk uit te voeren!" Volgens Berry<sup>36)</sup> is  $d_{prop}$  gedefinieerd als de afstand gemeten met een standaard meetlat of - lint in een referentiestelsel waarin de gebeurtenissen gelijktijdig zijn (dit heb ik uit zijn verband gehaald, het staat in een stukje dat handelt over belendende punten, niet over extragalactische stelsels)

Rowan - Robinson<sup>37)</sup> Volstaan met te zeggen dat  $d_{prop}$  bepaald wordt met radarmethoden. North : "d<sub>prop</sub> geeft een mathematisch goed gedefinieerd, maar fysisch mistig beeld. Het idee van een groot aantal meetstokken achter elkaar is fysisch niet zo'n waardevolle definitie. De operationalist zal het afwijzen, want zelfs in principe correspondeert er geen reeks handelingen mee."

Tot zover de operationele definities van  $d_{prop}$ , die voor alle aangehaalde auteurs dezelfde wiskundige gedaante heeft, die we nu zullen weergeven :

Wanneer we  $d_{prop}$  tussen twee fundamentele deeltjes (bijv. het Melkwegstelsel en een zeer ver verwijderde cluster van melkwegstelsels) willen uitdrukken in termen van de Robertson-Walker metriek ( B3 )  $ds^2 = dt^2 - dr^2 - r^2 d\Omega^2$ , doen we dat het eenvoudigst door één van de deeltjes op  $(t_0, r_0, \vartheta_0, \phi_0)$  te plaatsen en het andere deeltje op  $(t_1, r_1, \vartheta_1, \phi_1)$ . Desgewenst kan men het coördinatenstelsel zo draaien dat  $\vartheta_0, \vartheta_1$  en  $\phi_0, \phi_1$  nul zijn.

Het lijnelement (B3) wordt geïntegreerd langs de weg  $t = \text{const}, \vartheta = \text{const}, \phi = \text{const}$ .

$$d_{prop} = \int_0^1 \frac{R(t)}{\sqrt{1-k^2}} dt = R(t_0) \left\{ \begin{array}{l} \text{arcsinh } \bar{r}_1 \quad \text{als } k = +1 \\ \bar{r}_1 \quad \text{als } k = 0 \\ \text{arcsinh } \bar{r}_1 \quad \text{als } k = -1 \end{array} \right. \quad (D1)$$

(Fokker)<sup>37)</sup>

Veronderstel we hebben te maken met een dubbele radio-bron bestaande uit de componenten A en B. Laten de coördinaten hiervan zijn resp.  $(r_1, \vartheta_1, \phi_1)$  en  $(r_2, \vartheta_2, \phi_2)$ . Licht, uitgezonden op het tijdstip  $t_1$ , bereikt de waarnemer op het tijdstip  $t_0$  ter plaatse  $(0,0,0)$ . Van de twee componenten afkomstige lichtstralen onderspannen een hoek  $d\vartheta$ . De lokale afstand tussen A en B is

$$a = R(t_1) \bar{r} d\vartheta \quad (D2)$$

De hoekdiameter is

$$d\vartheta = \frac{a}{R(t_1) \bar{r}} = \frac{a(1+z)}{R(t_0) \bar{r}} \quad (D3)$$

In een euclidische ruimte is de hoekdoorsnee van een bron met een diameter a op afstand  $d_A$  gelijk aan

$$d\vartheta = \frac{a}{d_A} \quad (D4)$$

Met deze definitie volgt uit (D3)

$$d_A = \frac{a}{d\vartheta} = \frac{R(t_0) \bar{r}}{1+z} \quad (D5)$$

3)  $d_L$  (Fokker)<sup>37)</sup>

$d_L$  is zo gedefinieerd, dat de over alle golflengten geïntegreerde fluxdichtheid van een bron omgekeerd evenredig is met  $d_L^2$ . Er zijn twee effecten :

- a) Hubble's energie effect (Planck effect) : de energie van een foton bij aankomst is door roodverschuiving gereduceerd met een factor  $(1+z)^{-1}$
- b) Hubble's aantal effect : per tijdseenheid bereiken ons minder fotonen dan in dezelfde tijd werden uitgezonden ; verhouding  $(1+z)^{-1}$ .

Ten opzichte van de bron bevindt zich de waarnemer ergens op de "bol"  $r = \text{const} = r_1$ . Het boloppervlak S ten tijde  $t_0$  is