De afstand $d(A_1, A_2)$ tot zijn buurman A_2 (die hij op een manier naar keuze kan bepalen; op de veronderstelde kleine schaal geven ze toch alle dezelfde uitkomst) en de $\bar{r}_1$-coördinaat van zijn buurman zijn aan elkaar gerelateerd door

$$d(A_1, A_2) = R(t)\int_0^{\bar{r}_1(A_2)} d\varkappa \qquad \text{(E3)}$$

Hetzelfde geldt mutatis mutandis voor de afstand die A_p meet tussen hemzelf en zijn buurman A_{p+1} :

$$d(A_p, A_{p+1}) = R(t)\int_0^{\bar{r}_p(A_{p+1})} d\varkappa \qquad \text{(E4)}$$

"Mutatis mutandis" wil hier zeggen : neem A_p op de wereldlijn $\bar{r}_p = 0$ van het coördinatensysteem $t, \bar{r}_p, \vartheta_p, \varphi_p$ met metriek van R.W-gedaante.

Volgens het recept van Weinberg moeten alle waarnemers op dezelfde lijn liggen : $t, \varphi_1(A_p)$ en $\vartheta_1(A_p)$ in zo goed mogelijke benadering constant tijdens de meting. Op deze lijn nemen we één richting, bijvoorbeeld die van A_1 naar A_N, als de positieve richting en rekenen we in het vervolg met coördinaten $\bar{x}_p$ (positief of negatief) in plaats van $\bar{r}_p$ (alleen positief) met $|\bar{x}_p| = \bar{r}_p$.

De volgende stap is het bij elkaar optellen van alle collineair gemeten afstandjes (E4) · De som noemen we voorlopig "$d(A_1, A_N)$".

$$d(A_1, A_N) = \sum_{p=1}^{N-1} R(t)\int_0^{\bar{\varkappa}_p(A_{p+1})} d\varkappa = R\sum_{p=1}^{N-1} \bar{\varkappa}_p(A_{p+1}) \qquad \text{(E5)}$$

We willen graag een uitdrukking voor $d(A_1, A_N)$ in termen van één en niet van N coördinatenstelsels om een vergelijking met (D1) mogelijk te maken. Weinberg geeft aan hoe je $\bar{x}_p(A_q)$ vertaalt in termen van $\bar{x}_1(A_q)$ en $\bar{x}_1(A_p)$: p.413 (14.2.7)

$$\bar{\varkappa}_p(A_q) = \bar{\varkappa}_1(A_q)\{1 - k\bar{\varkappa}_1^2(A_p)\}^{\frac{1}{2}} - \bar{\varkappa}_1(A_p)\{1 - k\bar{\varkappa}_1^2(A_q)\}^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(E6)}$$

Opmerkingen :

1. Voor $k = 0$ geldt :

$$\bar{x}_1(A_p) + \bar{x}_p(A_q) = \bar{x}_1(A_q)$$

2. Voor $k = +1$, 0 of -1 geldt :

$$\bar{x}_p(A_1) = -\bar{x}_1(A_p)$$

Terug naar de sommatie (E5). Met gebruikmaking van (E6) vinden we :

$$d(A_1, A_N) = R(t)[\bar{\varkappa}_1(A_2) + \bar{\varkappa}_2(A_3) + \bar{\varkappa}_3(A_4) + \ldots + \bar{\varkappa}_{N-1}(A_N)]$$

$$\begin{aligned}
&= R(t)[\bar{\varkappa}_1(A_2) + \bar{\varkappa}_1(A_3)\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_2)\}^{\frac{1}{2}} - \bar{\varkappa}_1(A_2)\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_3)\}^{\frac{1}{2}} + \\
&\quad + \bar{\varkappa}_1(A_4)\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_3)\}^{\frac{1}{2}} - \bar{\varkappa}_1(A_3)\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_4)\}^{\frac{1}{2}} + \\
&\quad + \ldots \ldots \ldots \ldots + \\
&\quad + \bar{\varkappa}_1(A_N)\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_{N-1})\}^{\frac{1}{2}} - \bar{\varkappa}_1(A_{N-1})\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_N)\}^{\frac{1}{2}}]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= R(t)[\bar{\varkappa}_1(A_2) + \bar{\varkappa}_1(A_3)\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_2)\}^{\frac{1}{2}} + \\
&+ \{\bar{\varkappa}_1(A_4) - \bar{\varkappa}_1(A_2)\}\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_3)\}^{\frac{1}{2}} + \{\bar{\varkappa}_1(A_5) - \bar{\varkappa}_1(A_3)\}\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_4)\}^{\frac{1}{2}} + \\
&+ \{\bar{\varkappa}_1(A_6) - \bar{\varkappa}_1(A_4)\}\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_5)\}^{\frac{1}{2}} + \{\bar{\varkappa}_1(A_7) - \bar{\varkappa}_1(A_5)\}\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_6)\}^{\frac{1}{2}} + \\
&+ \ldots \ldots + \ldots \ldots + \\
&+ \{\bar{\varkappa}_1(A_N) - \bar{\varkappa}_1(A_{N-2})\}\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_{N-1})\}^{\frac{1}{2}} + \\
&\qquad - \bar{\varkappa}_1(A_{N-1})\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_N)\}^{\frac{1}{2}}] \qquad \text{(E7)}
\end{aligned}$$

Als we de stapjes heel klein maken gaat de som over in twee (gelijke) integralen plus de laatste term :

$$d(A_1, A_N) = R(t)\left[2\int_0^{\bar{\varkappa}_1(A_N)} (1-k\varkappa^2)^{\frac{1}{2}} d\varkappa - \bar{\varkappa}_1(A_N)\{1-k\bar{\varkappa}_1^2(A_N)\}^{\frac{1}{2}}\right] \qquad \text{(E8)}$$

Men gaat eenvoudig na dat dit gelijk is aan :

$$d(A_1, A_N) = R(t)\int_0^{\bar{\varkappa}_1(A_N)} \frac{d\varkappa}{(1-k\varkappa^2)^{\frac{1}{2}}} = R(t)\int_0^{\bar{r}_1(A_N)} \frac{d\varkappa}{(1-k\varkappa^2)^{\frac{1}{2}}} \equiv d_{prop}(A_1, A_N) \qquad \text{(E9)}$$